

Corrigé série de TD N° 3

EXERCICE 1

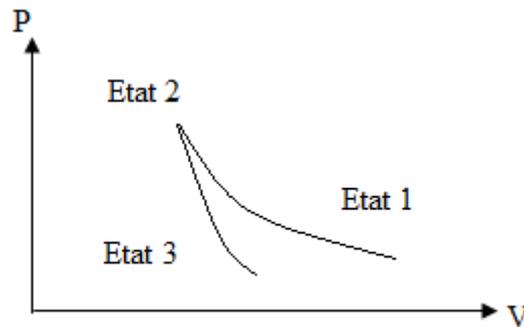
1. Déterminer les températures T2 et T3.

Transformation 1 → 2 isotherme : $T = \text{constante} \Rightarrow T_1 = T_2 = 300 \text{ K}$.

Transformation 2 → 3 adiabatique réversible : $T P^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{constante}$

$$\Rightarrow T_2 P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_3 P_3^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \text{ donc } T_3 = 155,38 \text{ K}$$

2. Représenter ces deux évolutions dans le diagramme de Clapeyron



3. Calculer le travail total ainsi que la chaleur totale, échangés par le gaz au cours de ces évolutions et discuter leurs signes.

Transformation 1 → 2 Isotherme : $dT = 0$ et $dU = nC_v dT = 0$;

$$dU = \delta W + \delta Q = 0 \Rightarrow \delta W = -\delta Q$$

$$\delta W = -P_{\text{ext}} dV = -P_{\text{gaz}} dV \text{ (transformation réversible)} = -nRT dV/V$$

$$\Rightarrow W_{1 \rightarrow 2} = -nRT_1 \ln(V_2/V_1)$$

$$\text{Isotherme : } PV = nRT = \text{Constante} \Rightarrow V_2/V_1 = P_1/P_2 \text{ et } W_{1 \rightarrow 2} = -nRT_1 \ln(P_1/P_2) = 5740,34 \text{ J}$$

$$Q_{1 \rightarrow 2} = -5740,34 \text{ J.}$$

Transformation 2 → 3 Adiabatique : $Q_{2 \rightarrow 3} = 0$

$$W_{2 \rightarrow 3} = \Delta U_{2 \rightarrow 3} = nC_v(T_3 - T_2) = nR(T_3 - T_2) / (\gamma - 1) = -3004,48 \text{ J}$$

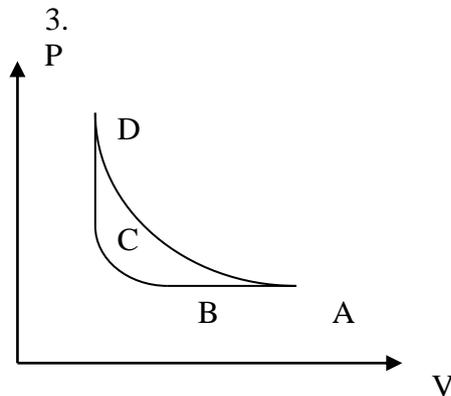
$$W_{\text{Tot}} = W_{1 \rightarrow 2} + W_{2 \rightarrow 3} = 2735,86 \text{ J} \Rightarrow \text{travail reçu par le gaz parfait}$$

$$Q_{\text{Tot}} = Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 3} = -5740,34 \text{ J} \Rightarrow \text{chaleur fournie par le gaz parfait}$$

EXERCICE 2

Dans l'énoncé de l'exercice il faut compléter la phrase : Etat C → état D: chauffage isochore par jusqu'à $T_D = 450 \text{ K}$.

1. Cette série de transformations est appelée cycle thermodynamique.
2. Etat A → état B : isobare ⇒ P constante ; $P_B = P_A = 3 \text{ bar}$.
Etat B → état C : isotherme ⇒ T constante ; $T_B = T_C = 145,12 \text{ K}$
Etat C → état D : isochore ⇒ V constant ; $V_D = V_C = 6,06 \text{ L}$



4. $Q_{\text{Cycle}} = Q_{A \rightarrow B} + Q_{B \rightarrow C} + Q_{C \rightarrow D} + Q_{D \rightarrow A}$
5. $Q_{A \rightarrow B} = \Delta H = nC_P(T_B - T_A) = n\gamma R(T_B - T_A)/(\gamma - 1) = -9054,42 \text{ J}$
 $Q_{B \rightarrow C} = nRT_B \ln(V_C/V_B) = nRT_B \ln(P_B/P_C) = -697,33 \text{ J}$
 $Q_{C \rightarrow D} = \Delta U = nC_V(T_D - T_C) = nR(T_D - T_C)/(\gamma - 1) = 12731,10 \text{ J}$
 $Q_{D \rightarrow A} = 0$
 $Q_{\text{Cycle}} = 2979,35 \text{ J}$
6. $\Delta U_{\text{Cycle}} = W_{\text{Cycle}} + Q_{\text{Cycle}}$
 $\Delta U_{\text{Cycle}} = W_{\text{Cycle}} + Q_{\text{Cycle}} = 0 \Rightarrow W_{\text{Cycle}} = -Q_{\text{Cycle}} = -2979,35 \text{ J}$
 $W_{\text{Cycle}} < 0 \Rightarrow \text{cycle moteur}$

$$\eta = -W_{\text{Cycle}} / Q_{\text{reçue}} = -W_{\text{Cycle}} / Q_{C \rightarrow D} = 0,23$$

7. $\eta (\text{carnot}) = 1 - T_{\text{froide}}/T_{\text{chaude}}$
 $T_{\text{fr}} = 145,12 \text{ K}$ et $T_{\text{ch}} = 450 \text{ K}$
 $\eta (\text{carnot}) = 0,6775$ ou $\eta (\text{carnot}) = 67,75\%$

Le cycle de Carnot est un cycle idéal, son rendement est le plus élevé, ce qui est en accord avec les calculs effectués.

EXERCICE 3 : On le propose comme exercice pour étudiant dans le cas où on dépasse 3 séances prévues pour cette série de TD.

EXERCICE 4

1. Les courbes de ces deux transformations ont la même allure (hyperbole) dans le diagramme de Clapeyron. Il s'agit donc d'une **adiabatique** et d'une **isotherme**. La pente de la transformation B → C est plus accentuée que celle de A → B, d'où :
La transformation **A → B est une isotherme** et **B → C est une adiabatique**.
2. $P_A V_A = nRT_A \Rightarrow T_A = P_A V_A / nR = 1 \times 65,6 / 0,082 = 800 \text{ K}$.
La transformation A → B est une isotherme ⇒ $T_A = T_B = 800 \text{ K}$
La transformation B → C est une adiabatique réversible ⇒ $P_B V_B^\gamma = P_C V_C^\gamma$
 $V_C = 33,98 \text{ L}$
 $T_C = P_C V_C / nR = 1 \times 33,98 / 0,082 = 414,39 \text{ K}$
3. A → B est une isotherme ⇒ $\Delta U_{A \rightarrow B} = 0$ (1^{ère} Loi de Joule)

$B \rightarrow C$ est une adiabatique $\Rightarrow Q_{B \rightarrow C} = 0$ et $\Delta U_{B \rightarrow C} = nC_V(T_C - T_B)$

$$C_V = R/(\gamma-1) = 8,31/0,4 = 20,775 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$$

$$\Delta U_{B \rightarrow C} = 20,775(414,39-800) = - 8011,05 \text{ J}$$

$$\Delta U_{A \rightarrow B} + \Delta U_{B \rightarrow C} = - 8011,05 \text{ J}$$

4. Transformation $C \rightarrow A$: isobare

La succession des trois transformations : cycle thermodynamique

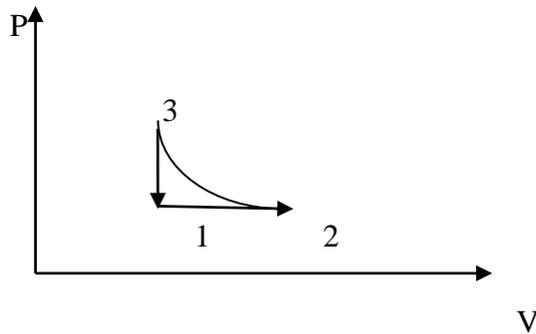
$$5. \Delta U_{\text{Cycle}} = \Delta U_{A \rightarrow B} + \Delta U_{B \rightarrow C} + \Delta U_{C \rightarrow A} = 0$$

$$\Rightarrow \Delta U_{C \rightarrow A} = - \Delta U_{A \rightarrow B} - \Delta U_{B \rightarrow C} = 8011,05 \text{ J}$$

Exercice 5

1. $T_{\text{compression isotherme}} = 2T_0$ et $P_{\text{max}} = 2P_0$

2.



3.

Transformation	W(J)	Q(J)	ΔU (J)	ΔH (J)
Isobare	$-P_0V_0 = -2800$	$\gamma(P_0V_0)/(\gamma-1) = 9800$	$\Delta U = \Delta H/\gamma = 7000$	$\Delta H = Q = 9800$
Isotherme	$2P_0V_0 \ln 2 = 3900$	$Q = -W = -3900$	0	0
Isochore	0	$-(P_0V_0)/(\gamma-1) = -7000$	$\Delta U = Q = -7000$	$\Delta H = \gamma \Delta U = -9800$
Cycle	1100	-1100	0	0

4. $\Delta U_{\text{cycle}} = W_{\text{cycle}} + Q_{\text{cycle}} = 1100 - 1100 = 0 \Rightarrow$ le principe d'équivalence est vérifié.