

Module de chimie 1 : Structure de la matière

Corrigé Série de TD 2

Données pour toutes la séries de TD :

Constanta de Plank $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$;

Vitesse de la lumière $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$;

Constante de Rydberg $R_H = 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$;

$a_0 = 0,53 \text{ \AA}$;

$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$, $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$

Charge de l'électron : $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Masse de l'électron : $m = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$

Exercice 1

1. $W_0 = h\nu_0$; ν_0 : fréquence seuil du Zn

$$\nu_0 = \frac{W_0}{h} = \frac{3.3 \times 1.6 \times 10^{-19}}{6.62 \times 10^{-34}} = 7.97 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

2. L'effet photoélectrique ne se manifeste que lorsque la fréquence de la radiation utilisée est supérieure à la fréquence seuil de la photocathode ou alors

$$\lambda_{\text{radiation}} < \lambda_0 \text{ (cathode)}$$

$$\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{c}{\nu_0} = \frac{3 \times 10^8}{7.97 \times 10^{14}} = 3.76 \times 10^{-7} \text{ m}$$

Par conséquent : $\lambda_{\text{radiation}} = 2.5 \times 10^{-7} \text{ m} < \lambda_0 \text{ (cathode)} = 3.76 \times 10^{-7} \text{ m}$

⇒ il ya effet photoélectrique

3. Effet photoélectrique : $E_{\text{incidente}} = W_0 + E_{\text{cinétique}}$

$$E_{\text{incidente}} = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow E_{\text{incidente}} = 6.62 \times 10^{-34} \frac{3 \times 10^8}{2.5 \times 10^{-7}} = 7.94 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_{\text{cinétique}} = 7.94 \times 10^{-19} - 3.3 \times 1.6 \times 10^{-19} = 2.66 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_c = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 2.66 \times 10^{-19}}{9.1 \times 10^{-31}}} = 0.76 \times 10^6 \text{ m/s}$$

4. Ces deux grandeurs ne dépendent pas de l'intensité de la radiation incidente par contre, elles dépendent de sa fréquence et sa longueur d'onde comme le montre l'expression $E_{\text{cinétique}} = h\nu - W_0$

Exercice 2

1. Le seuil photoélectrique correspond à la fréquence ν_0 (ou à la longueur d'onde λ_0) de la radiation fournissant l'énergie E_0 égale au travail d'extraction W_{extr} d'un électron :

$$E_0 = W_{\text{extr}} = h\nu_0 = h \frac{c}{\lambda_0}$$

Où

h : la constante de Planck,

c : la célérité de la lumière dans le vide.

Il y a photoémission sous l'effet de toute radiation lumineuse d'énergie $E > E_0$.

Si cette radiation a pour longueur d'onde $\lambda \implies E = h \frac{c}{\lambda}$

L'effet photoélectrique est observé si $h \frac{c}{\lambda} > h \frac{c}{\lambda_0}$

Soit : $\lambda < \lambda_0$ pour le lithium : $\lambda < 5200 \text{ \AA}$.

2. $W_{\text{ext}} = h \frac{c}{\lambda_0}$ avec $\lambda_0 = 5200 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

$$W_{\text{ext}}(j) = \frac{6.62 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{5200 \times 10^{-10}}$$

$$W_{\text{ext}}(eV) = \frac{W_{\text{ext}}(j)}{1.6 \times 10^{-19}} = 2.39 eV$$

3. L'énergie cinétique E_c de chaque électron sortant du métal est la différence entre l'énergie fournie par la radiation et le travail d'extraction.

$$E_c = E - W_{\text{extr}} = h \times c \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \implies v = \sqrt{\frac{2 E_c}{m}}$$

v ne dépend que de E_c , et donc de la fréquence ν de la radiation incidente.

Application numérique : $\lambda = 4500 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

$$E_c = \frac{6.62 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{10^{-10}} \left(\frac{1}{4500} - \frac{1}{5200} \right) = 5.95 \times 10^{-20} J$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 5.95 \times 10^{-20}}{9.11 \times 10^{-31}}} = 3.6 \times 10^5 \text{ m/s}$$

- 4) L'emploi d'une tension U qui empêche l'électron de la cathode d'arriver à l'anode revient à dire que le phénomène d'éjection d'électron de la cathode ne doit pas se produire. Il faut donc appliquer une énergie électrique ($E_{\text{électrique}} = eU$) qui doit être supérieure à l'énergie cinétique de l'électron éjecté.

$E_{\text{électrique}} > E_{\text{cinétique}}$

Donc $e U > E_{cinétique}$

$U > 0,37 \text{ V}$

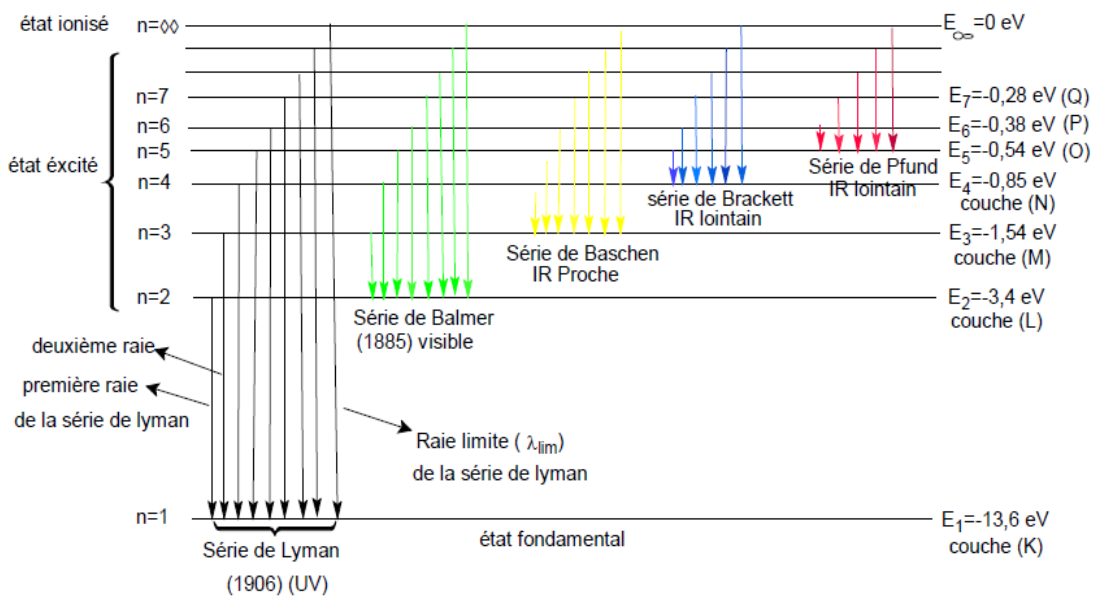
Exercice 3

1. Les cinq premières séries du spectre d'émission de l'atome d'hydrogène

Série	n_1	n_2	Domaine spectral
Lyman	1	≥ 2 (2,3,4,... ∞)	UV
Balmer	2	≥ 3 (3,4,5,... ∞)	Visible
Paschen	3	≥ 4 (4,5,6,... ∞)	IR proche
Brackett	4	≥ 5 (5,6,7,... ∞)	IR proche
Pfund	5	≥ 6 (6,7,8,... ∞)	IR lointain

2. Les raies correspondent aux transitions électroniques

- Passage de $\infty \rightarrow n$
- Passage de $n+p \rightarrow n$ avec $p \geq 1$ et $p \neq n$



3. L'expression donnant la longueur d'onde d'une raie :

Formule de Ritz---Balmer :

$$\frac{1}{\lambda} = \bar{\nu} = R_H \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad n_1 \text{ et } n_2 \text{ sont des entiers avec } n_1 < n_2$$

$\bar{\nu}$: nombres d'onde (m^{-1}), λ : longueur d'onde d'une raie (m)

R_H = constante de Rydberg dont la valeur est $1.097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$

4. Dans l'atome d'hydrogène, l'énergie de l'électron dans son état fondamentale est égale à -13.54 eV.

4.1. La plus petite quantité d'énergie qu'il doit absorber pour :

a. Passer au premier état excité $n_1 = 1$ et $n_2 = 2$

$$E_n (eV) = -13.6 \frac{1}{n^2}$$

$$E_1 = -13.6 \frac{1}{1^2} = -13.6 eV$$

$$E_2 = -13.6 \frac{1}{2^2} = -3.4 eV$$

$$\text{Donc } \Delta E_{1 \rightarrow 2} = E_2 - E_1 = -3.4 + 13.6 = 10.2 eV$$

b. pour passer du premier état excité à l'état ionisé $n_1 = 2$ et $n_2 = \infty$

$$\Delta E_{2 \rightarrow \infty} = E_\infty - E_2 = 0 + 3.4 = 3.4 eV$$

4.2. Quels sont les longueurs d'onde des raies du spectre d'émission correspondant au retour :

a. De l'état ionisé au premier état excité.

$$\Delta E_{\infty \rightarrow 2} = \frac{h c}{\lambda_{\infty \rightarrow 2}} \Rightarrow \lambda_{\infty \rightarrow 2} = \frac{h c}{\Delta E_{\infty \rightarrow 2}} = \frac{6.62 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{5.4 \times 10^{-19}} = 3.678 \times 10^{-7} m$$

$$\lambda_{\infty \rightarrow 2} = 367.8 nm$$

b. Du premier état excité à l'état fondamental

$$\Delta E_{2 \rightarrow 1} = \frac{h c}{\lambda_{2 \rightarrow 1}} \Rightarrow \lambda_{2 \rightarrow 1} = \frac{h c}{\Delta E_{2 \rightarrow 1}} = \frac{6.62 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{1.63 \times 10^{-18}} = 12.1884 \times 10^{-8} m$$

$$\lambda_{2 \rightarrow 1} = 121.84.8 nm$$

Exercice 4

1) Détermination des transitions correspondantes à chaque longueur d'onde $\lambda = 6563 \text{ \AA}^\circ, 4661 \text{ \AA}^\circ, 4340 \text{ \AA}^\circ$ et 4102 \AA° pour l'atome d'hydrogène :

On applique la formule de RITZ: $\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right)$ avec $n < n'$

$$n=2 \Rightarrow \text{Série de Balmer} \Rightarrow \frac{1}{\lambda R_H} = \frac{1}{4} - \frac{1}{n'^2} \Rightarrow n' = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{4} - \frac{1}{\lambda R_H}}}$$

Application numérique :

$$\lambda = 6563 \text{ \AA} \Rightarrow \lambda = 6563 \cdot 10^{-10} \text{ m} \Rightarrow n=2; n'=3$$

$$\lambda = 4661 \text{ \AA} \Rightarrow \lambda = 4661 \cdot 10^{-10} \text{ m} \Rightarrow n=2; n'=4$$

$$\lambda = 4340 \text{ \AA} \Rightarrow \lambda = 4340 \cdot 10^{-10} \text{ m} \Rightarrow n=2; n'=5$$

$$\lambda = 4102 \text{ \AA} \Rightarrow \lambda = 4102 \cdot 10^{-10} \text{ m} \Rightarrow n=2; n'=6$$

2) Représentation du diagramme énergétique du spectre d'émission de l'atome d'hydrogène correspondant aux mêmes transitions de la question (1) :

$$E_n = -13.6 \frac{1}{n^2} \text{ (eV)}$$

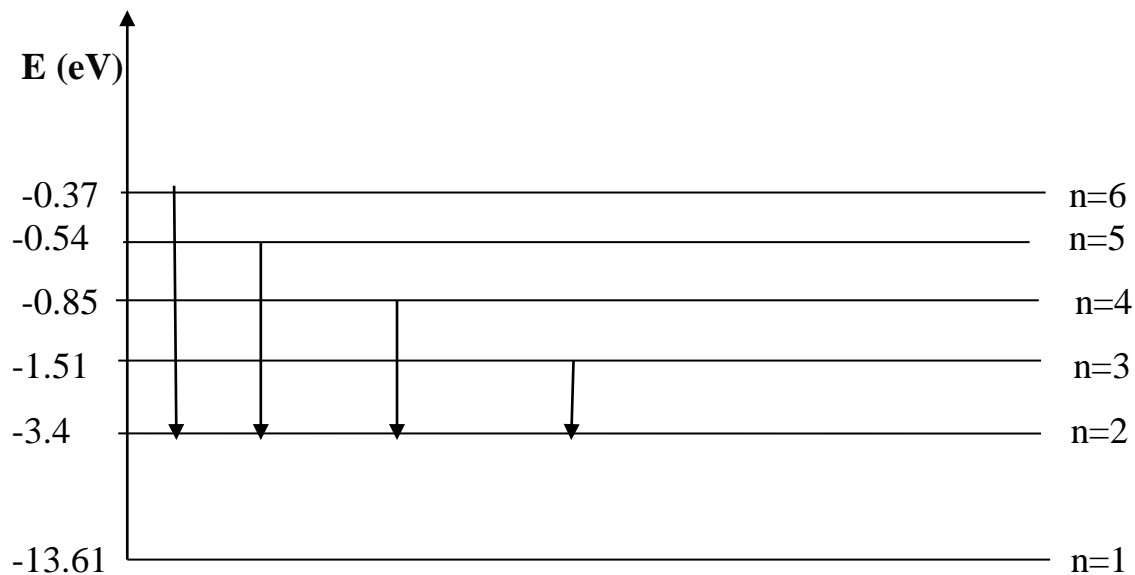
$$E_n = -13.6 \frac{1}{2^2} \text{ (eV)} = -3.41 \text{ eV}$$

$$E_n = -13.6 \frac{1}{3^2} \text{ (eV)} = -1.51 \text{ eV}$$

$$E_n = -13.6 \frac{1}{4^2} \text{ (eV)} = -0.85 \text{ eV}$$

$$E_n = -13.6 \frac{1}{5^2} \text{ (eV)} = -0.54 \text{ eV}$$

$$E_n = -13.6 \frac{1}{6^2} \text{ (eV)} = -0.37 \text{ eV}$$



3) L'atome d'hydrogène, dans son état fondamental, absorbe un photon de longueur d'onde = 850 Å.

a- Montrer que l'électron est arraché.

$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{850 \cdot 10^{-10}} = 2.33 \cdot 10^{-10} = 14.61 \text{ eV}$$

L'électron ne peut être arraché que lorsque l'énergie apportée soit supérieure ou égale à -E₁ (Energie d'ionisation), c'est-à-dire, à 13,64 eV. Le photon de longueur d'onde 850 Å apporte une énergie de 14,61 eV supérieure à l'énergie d'ionisation de l'hydrogène => **l'électron est alors arraché.**

b. Energie cinétique, E_c (eV) et Vitesse de cet électron.

$$E = E_0 + E_c$$

E_0 : Energie nécessaire pour arracher l'électron

E_c : Energie cinétique

$$E_0 = E_c - E_0 = 14,61 - 13,64$$

$$\underline{E_c = 0,97 \text{ eV}}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 E_c}{m}}$$

$$\text{AN : } v = \sqrt{\frac{2 \times 0,97 \times 1,6 \times 10^{-19}}{9,1 \times 10^{-31}}} = 3,41 \times 10^{-19} \text{ m/s}$$

Exercice 5

Un hydrogénoïde ZX^{Y+} absorbe dans son état stable un rayonnement. Sachant que son énergie d'ionisation $E_{ion} = 54,4 \text{ eV}$

1. Pour identifier l'Hydrogénoïde \rightarrow calcul le numéro atomique Z

$$E_n = -13,6 \frac{Z^2}{n^2}$$

$$E_{ion} = \Delta E = E_{finale} - E_{initiale} = E_{\infty} - E_1 = -E_1$$

$$E_{ion} = -E_1 = +13,6 \frac{Z^2}{n^2} = 54,4$$

$$13,6 Z^2 = 54,4 \Rightarrow Z = \sqrt{\frac{54,4}{13,6}} = 2 \quad \text{L'hydrogénoïde est : } {}_2\text{He}^+$$

2. Calcul de la longueur d'onde (en nm) de la radiation qui permettrait d'arracher cet électron.

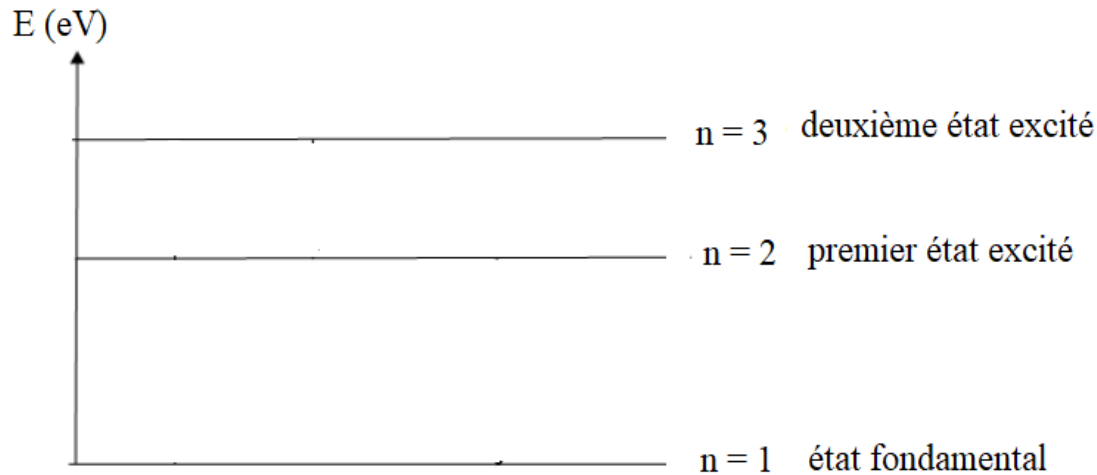
$$E_{ion} = \Delta E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E_{ion}}$$

$$\lambda = \frac{6,62 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{5,54 \times 1,6 \times 10^{-19}} = 2,282 \times 10^{-8} \text{ m} = 22,821 \text{ nm}$$

Ou bien une autre méthode

Arracher l'électron (ionisation) de $n_1 = 1 \rightarrow n_2 = \infty$ On utilise la relation de Balmer-Rydberg

3. Calcul de l'énergie totale de cet électron s'il est dans son second état d'excitation :
Second état d'excitation $\rightarrow n = 3$



$$E_n = -13.6 \frac{Z^2}{n^2}$$

$$E_3 = -13.6 \frac{2^2}{3^2} = 6.04 eV$$

$$E_3 = 6.04 \times 1.6 \times 10^{-19} = 9.67 \times 10^{-19} J$$

4. Calcul le rayon de l'orbite et la vitesse de l'électron quand il se trouve au niveau $n = 3$

$$r_n = a_0 \frac{n^2}{Z} \text{ avec } a_0 = 0.53 \text{ \AA} = 0.53 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

$$r_3 = 0.53 \times 10^{-10} \times \frac{3^2}{2} = 2.385 \times 10^{-10} \text{ m} = 2.385 \text{ \AA}$$

$$v_n = v_0 \frac{Z}{n} \text{ avec } v_0 = 2.18 \times 10^6 \text{ m/s}$$

$$v_3 = 2.18 \times 10^6 \times \frac{2}{3} = 1.453 \times 10^6 \text{ m/s}$$

5. On montre que l'absorption d'un photon de nombre d'onde $\bar{\nu} = 1,56 \cdot 10^8 \text{ m}^{-1}$ par l'hydrogénoïde Be^{3+} ($Z = 4$) à l'état fondamental ($n_1 = 1$) est possible. Pour cela, l'électron doit atteindre un niveau énergétique bien déterminé donc la valeur de n doit être une valeur entière (ou presque).

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R_H Z^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \text{ avec } n_1 < n_2$$

$$\bar{\nu} = R_H Z^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{n_2^2} = 1 - \frac{\bar{\nu}}{R_H Z^2} \Rightarrow n_2 = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{\bar{\nu}}{R_H Z^2}}}$$

$$n_2 = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{1.56 \times 10^8}{1.097 \times 10^7 \times 2^2}}} \Rightarrow n_2 = 3$$

Donc le photon peut être absorbé et l'électron atteint le niveau énergétique supérieur $n_2 = 3$.