TD 1 : ÉlectroStatique

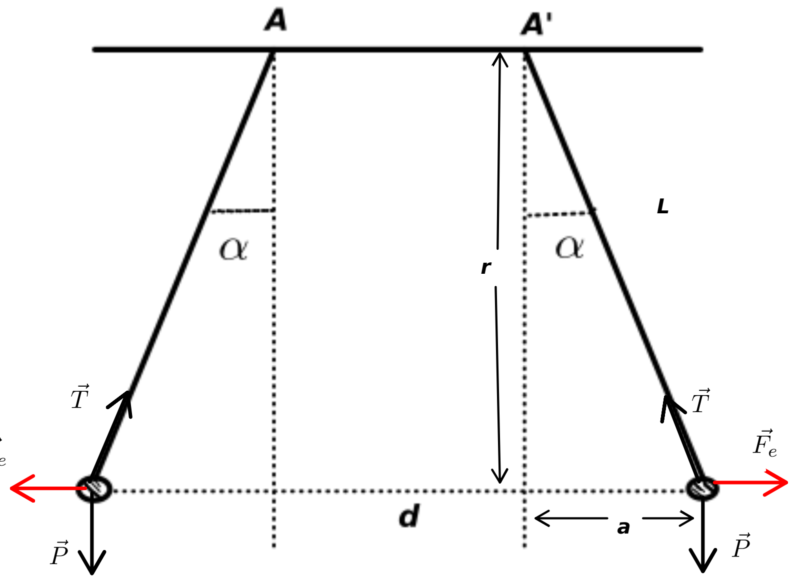
Exercice 1.

1. Les masses ont une charge identique, elles s'écartent d'un angle identique α, compte tenu du fait que $m_1 = m_2$. Chaque masse chargée va interagir avec l'autre masse chargée par répulsion (même charge sur les deux masses).

$$\vec{F}_{e1/2} = -\vec{F}_{e2/1}$$

Et chaque masse sera soumise aux forces suivantes ;

$$\vec{T} + \vec{P} + \vec{F}_e = \vec{0}$$



En projetant les forces sur les axes x et y ;

$$F_e = T \sin\alpha$$

$$P = T \cos\alpha$$

Donc

$$F_e = mg \tan\alpha$$

2. Sachant que

$$\tan\alpha = \frac{a}{r} = \frac{\frac{d-AA'}{2}}{\sqrt{L^2 - \left(\frac{d-AA'}{2}\right)^2}} = 0,1$$

Avec $\qquad L^2 = r^2 + a^2$

$$\Rightarrow \alpha = \arctan 0,1 = 5,71°$$

On peut déduire la valeur de la force électrique ;

$$F_e = mg \tan\alpha = 10^{-3} \times 9,81 \times 0,1 = 9,81 \times 10^{-4} \;\; N$$

Le champ électrique a pour relation ;

$$E = K\frac{q}{d^2}$$

d représente la distance qui sépare les deux masses car chaque masse chargée va générer un champ électrique à la position d. Et

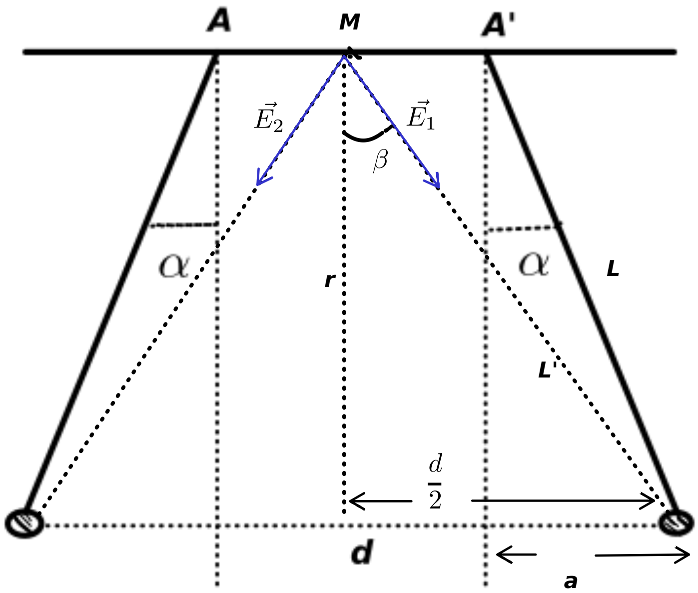
$$F_e = q.E$$

Alors on obtient la charge électrique portée par la masse ;

$$q = \frac{F_e}{E} \Rightarrow q^2 = \frac{F_e.d^2}{K} \Rightarrow q = \sqrt{\frac{F_e.d^2}{K}}$$

$$q = \sqrt{\frac{9,81 \times 10^{-4} \times (7 \times 10^{-2})^2}{9 \times 10^9}} = 2,31 \times 10^{-8}\ C$$

3. Chaque masse chargée va produire un champ électrique au point M distant de L'. Ces charges sont négatives, cela va induire des champs électrostatiques convergents, i.e. qui pointeront vers leurs charges respectives.



Le champ électrique total généré au point M $(\vec{E})$ peut être écrit sous la forme suivante ;

$$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y$$

Avec

$$\vec{E}_x = \vec{E}_{x1} + \vec{E}_{x2}$$

Et

$$\vec{E}_y = \vec{E}_{y1} + \vec{E}_{y2}$$

Sachant que les normes des champs électriques sont égales $E_1 = E_2$, car les deux masses portent une charge identique et se trouvent à une distance L' identique de M.

Suivant l'axe des x ;

$$\vec{E}_x = E_1 \sin\beta\vec{i} - E_2 \sin\beta\vec{i} = \vec{0}$$

On constate que sur l'axe des x, le champ résultant est nul.

Suivant l'axe des y ;

$$\vec{E}_y = \vec{E}_{y1} + \vec{E}_{y2} = -2E_1 \cos\beta\vec{j}$$

Car

$$\vec{E}_{y1} = \vec{E}_{y2} = -E_1 \cos\beta\vec{j} = -E_2 \cos\beta\vec{j}$$

La norme des champs électrique est ;

$$E_1 = E_2 = K\frac{q}{L'^2}$$

Donc

$$\vec{E}_{y1} = \vec{E}_{y2} = -K\frac{q}{L'^2}\cos\beta\vec{j}$$

Avec

$$L'^2 = r^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

Et puisque

$$r = L\cos\alpha$$

Donc

$$L'^2 = (L\cos\alpha)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

Avec $\alpha = 5,71°$, on obtient $\quad L' = 0,105\ m$.
Et

$$\cos\beta = \frac{r}{L'} = \frac{L\cos\alpha}{L'}$$

Alors

$$E_1 = E_2 = K\frac{q}{L'^2} = 9\times 10^9\frac{2,31\times 10^{-8}}{0,0111} = 18,729\times 10^3\ N/C$$

et le champ électrique total sera ;

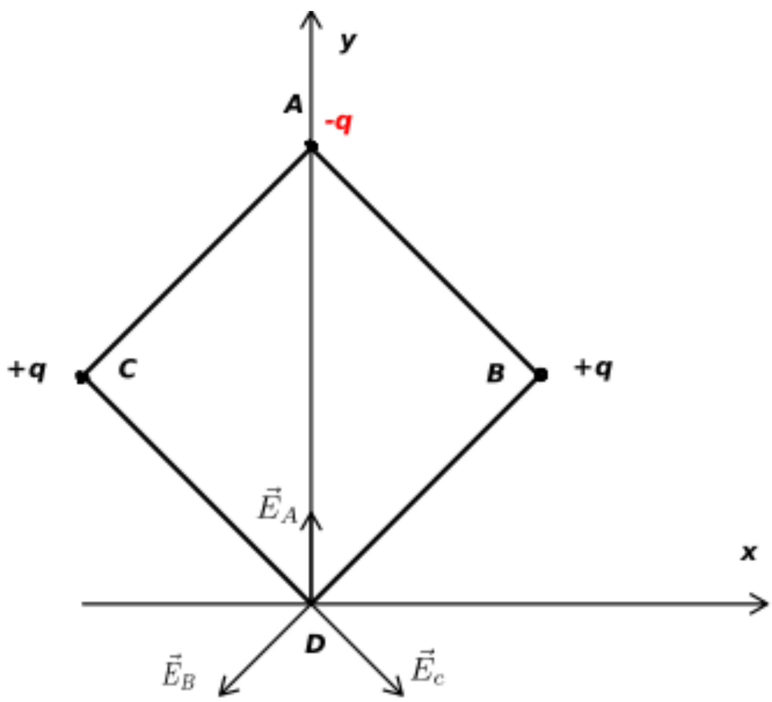
$$\vec{E} = -2E_1\cos\beta\vec{j} = -2\times 18,729\times 10^3\frac{10^{-1}\cos 5,71°}{0,105} = -35910\vec{j}\,(N/C)$$

Exercice 2.

1. La norme du champ électrique, en général, s'écrit comme suite :

$$E = K\frac{|Q|}{r^2}$$

Sachant que la norme d'un vecteur ne peut pas être négative !



$\vec{E}_A$, $\vec{E}_B$ et $\vec{E}_C$ représentent les champs électriques générés par les charges se trouvant en A, B et C au point D. En prenant compte du signe des charges impliquées, on peut écrire ;

$$\vec{E}_A = K\frac{|q_A|}{r_A^2}\vec{j}$$

Ici, le champ électrique étant un vecteur, on doit associer à la norme, qui est toujours positive, le vecteur unitaire qui nous indique la direction et le sens du vecteur $\vec{E}$. Le calcul des distances, en utilisant Pythagore, se fait de la manière suivante ;

$$r_A^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$$

$$\Rightarrow r_A = \sqrt{2}a$$

$$r_B = r_C = a$$

Sachant que les distances $AB = AC = CD = BD = a$
Le calcul du champ électrique total créé en D sera ;

$$\vec{E}_D = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C$$

Et c'est aussi

$$\vec{E}_D = \vec{E}_{xD} + \vec{E}_{yD}$$

On pose α, l'angle entre le champ $\vec{E}_B$ et l'axe des x (de même pour $\vec{E}_C$ qui est perpendiculaire à $\vec{E}_B$ et donc a le même angle avec l'axe des x).

$$\vec{E}_{xD} = \vec{E}_{xA} + \vec{E}_{xB} + \vec{E}_{xC} = 0.\vec{i} - E_B\cos\alpha\vec{i} + E_C\cos\alpha\vec{i} = \vec{0}$$

Avec

$$E_B = E_C$$

$$K\frac{|q_B|}{a^2} = K\frac{|q_C|}{a^2}$$

Car $|q_B| = |q_C| = q$, avec $q > 0$.
La composante du champ électrique suivant l'axe des y s'écrit ;

$$\vec{E}_{yD} = \vec{E}_{yA} + \vec{E}_{yB} + \vec{E}_{yC} = K\frac{|q_A|}{r_A^2}\vec{j} - E_B\sin\alpha\vec{j} - E_c\sin\alpha\vec{j} = K\frac{|q_A|}{r_A^2}\vec{j} - 2E_B\sin\alpha\vec{j}$$

Et puisque $\vec{E}_B \perp \vec{E}_C$ donc $90° + 2\alpha = 180° \Rightarrow \alpha = 45°$

$$\vec{E}_{yD} = K\frac{|q_A|}{r_A^2}\vec{j} - \frac{2}{\sqrt{2}}E_B\vec{j} = K\frac{q}{2a^2}\vec{j} - \sqrt{2}K\frac{q}{a^2}\vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{E}_D = K\frac{q}{a^2}\left(\frac{1}{2} - \sqrt{2}\right)\vec{j}$$

2. Le potentiel produit au point D est ;

$$V_D = V_A + V_B + V_C$$

Avec V_A, V_B et V_C sont les potentiels au point D générés par les charges se trouvant aux points A, B et C respectivement.

$$V_D = K\left(-\frac{q}{\sqrt{2}a} + \frac{q}{a} + \frac{q}{a}\right) = \frac{Kq}{a}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}} + 2\right)$$

$$V_D = 1,29K\frac{q}{a}$$

3. La force électrique totale qui est agit sur la charge $Q = +2q$, placée en D, est ;

$$\vec{F}_{eD} = \vec{F}_{eA/D} + \vec{F}_{eB/D} + \vec{F}_{eC/D}$$

mais c'est aussi ;

$$\vec{F}_{eD} = 2q.\vec{E}_D$$

Le champ électrique généré au point D a été obtenu en 1.
On déduit la force électrique comme étant sous la forme suivante ;

$$\vec{F}_{eD} = -1,828K\frac{q^2}{a^2}\vec{j}$$

4. L'énergie potentielle de la charge $+2q$ placée au point D est ;

$$E_p = Q.V_D = 2q.V_D = -2,6K\frac{q^2}{a}$$

Exercice 3.

a. Le champ électrique sera dirigé suivant l'axe z, car les composantes du champ électrique $\vec{E}_x$ et $\vec{E}_y$ vont s'annuler (symétrie), comme on peut le vérifier ;

$$dE = K\frac{dq}{R^2}$$

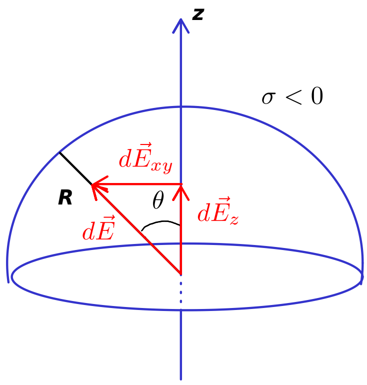
et

$$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y + \vec{E}_z$$

Avec

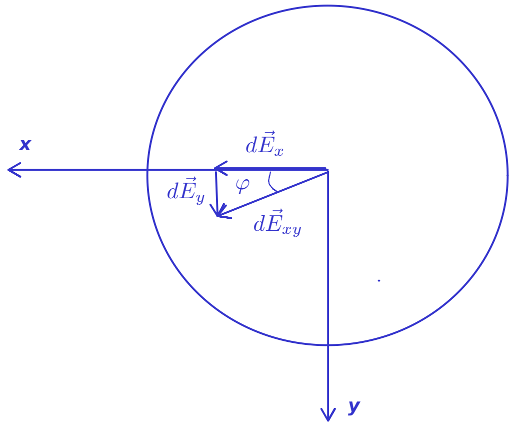
$$dE_z = dE\cos\theta$$

$$dE_{xy} = dE\sin\theta$$



et

$$d\vec{E}_{xy} = d\vec{E}_x + d\vec{E}_y = dE\sin\theta\cos\varphi\vec{i} + dE\sin\theta\sin\varphi\ \vec{j}$$



L'élement de charge est sous la forme ;

$$dq = \sigma dS = \sigma R^2 \sin\theta d\theta d\varphi$$

Avec θ variant de $0 \to \pi/2$ et φ de $0 \to 2\pi$ et $R = cste$

$$dE_x = K\frac{\sigma R^2}{R^2}\sin^2\theta d\theta \cos\varphi d\varphi$$

et

$$dE_y = K\frac{\sigma R^2}{R^2}\sin^2\theta d\theta \sin\varphi d\varphi$$

En intégrant, on constate que $\vec{E}_x = \vec{E}_y = \vec{0}$ car

$$\int_0^{2\pi} \cos\varphi d\varphi = 0$$

et

$$\int_0^{2\pi} \sin\varphi d\varphi = 0$$

Donc on peut en déduire que le champ électrique résultant de cette distribution surfacique sera suivant l'axe des z.

$$\vec{E} = \int d\vec{E}_z = K\frac{\sigma R^2}{R^2}\int_0^{\pi/2} \sin\theta\cos\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \ \ \vec{k}$$

$$\vec{E} = 2\pi K\sigma \int_0^{\pi/2} \sin\theta\cos\theta d\theta \ \ \vec{k}$$

$$\vec{E} = 2\pi K\sigma \left[-\frac{\cos^2\theta}{2}\right]_0^{\pi/2} \ \ \vec{k}$$

$$\vec{E} = K\sigma\pi \ \ \vec{k} = \frac{\sigma}{4\varepsilon_0} \ \ \vec{k}$$

b. Dans le cas d'une distribution volumique de charges, r sera une variable.

$$dq = \rho dV = \rho r^2 dr \sin\theta d\theta d\varphi$$

De la même manière, on peut démontrer que le champ résultant ne peut être que suivant l'axe des z et puisque la densité de charges est positive, alors le champ électrique sera divergent et aura le sens de -z.

$$dE = K\frac{dq}{r^2} = K\frac{\rho r^2}{r^2} dr \sin\theta d\theta d\varphi$$

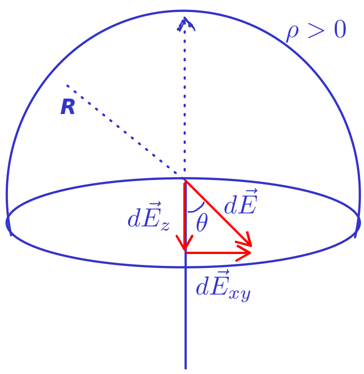
$$dE = K\rho dr \sin\theta d\theta d\varphi$$

$$d\vec{E}_z = -dE\cos\theta \ \ \vec{k}$$

$$d\vec{E}_z = -K\rho dr \sin\theta d\theta d\varphi \cos\theta \ \ \vec{k}$$

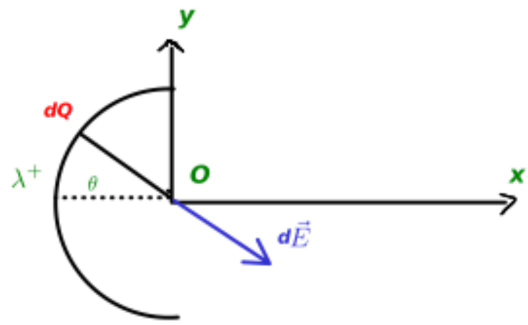
$$\vec{E} = \vec{E}_z = -K\rho \int_0^R dr \int_0^{\pi/2} \sin\theta\cos\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \ \ \vec{k}$$

$$\vec{E} = -K\rho R\pi \ \ \vec{k} = -\frac{\rho R}{4\varepsilon_0} \ \ \vec{k}$$



Exercice 4.

1. On commence par tracer $d\vec{E}$ généré au point O par un élément de charge $dQ = \lambda r d\theta$



On peut écrire $d\vec{E}$ en fonction des ses composantes suivant (x, y) :

$$d\vec{E} = d\vec{E_x} + d\vec{E_y}$$

Avec $\quad d\vec{E_x} = dE\cos\theta\vec{i} \quad$ et $\quad d\vec{E_y} = dE\sin\theta\vec{j}$

En intégrant

$$\vec{E_x} = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} dE\cos\theta\vec{i} = K\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\lambda r d\theta}{r^2}\cos\theta\vec{i}$$

$$\vec{E_x} = K\frac{\lambda}{r}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos\theta d\theta\vec{i}$$

On obtiendra

$$\vec{E_x} = 2\frac{K\lambda}{r}\vec{i}$$

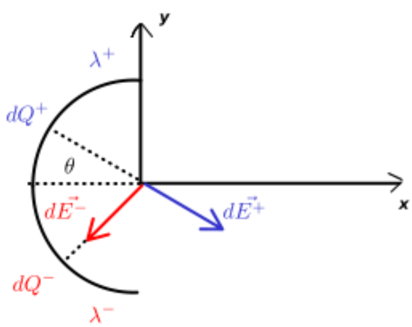
La composante $\vec{E_y}$ s'annule.

$$\vec{E_y} = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} dE\sin\theta\vec{j} = 0$$

Donc

$$\vec{E} = \vec{E_x} = 2\frac{K\lambda}{r}\vec{i}$$

2. Dans le cas de cette distribution, le champ électrostatique $\vec{E}$ est composé d'un champ $\vec{E^+}$ issu de la partie chargée uniformément avec une densité λ^+ de $\theta = \pi/2$ à $\theta = 0$ et d'un champ $\vec{E^-}$ généré par la partie chargée uniformément avec une densité λ^- de $\theta = 0$ à $\theta = -\pi/2$.



$$d\vec{E_y^+} = -dE^+\sin\theta\vec{j}$$

Et

$$d\vec{E_y^-} = -dE^-\sin\theta\vec{j}$$

Avec dE^+ et dE^- sont des normes, donc positives.
On remarque que la disposition des charges influe sur la direction et le sens du champ électrique.

$$d\vec{E_x^+} = dE^+ \cos\theta \vec{i}$$

Et

$$d\vec{E_x^-} = -dE^- \cos\theta \vec{i}$$

Donc

$$d\vec{E_y} = d\vec{E_y^+} + d\vec{E_y^-} = -dE^+ \sin\theta \vec{j} - dE^- \sin\theta \vec{j}$$

et

$$d\vec{E_x} = d\vec{E_x^+} + d\vec{E_x^-} = dE^+ \cos\theta \vec{i} - dE^- \cos\theta \vec{i}$$

En intégrant

$$\begin{aligned} \vec{E_y} &= -\textstyle\int_0^{\pi/2} dE^+ \sin\theta \vec{j} - \int_{-\pi/2}^{0} dE^- \sin\theta \vec{j} \\ &= -K\frac{\lambda}{r}\left[\textstyle\int_0^{\pi/2} \sin\theta d\theta + \int_{-\pi/2}^{0} \sin\theta d\theta\right]\vec{j} \end{aligned}$$

Il est considéré dans cet exercice que $|\lambda^+| = |\lambda^-|$,

$$\vec{E_y} = -2\frac{K\lambda}{r}\vec{j}$$

Pour la composante suivant l'axe des X,

$$\vec{E_x} = K\frac{\lambda}{r}\left[\int_0^{\pi/2} \cos\theta d\theta - \int_{-\pi/2}^{0} \cos\theta d\theta\right]\vec{i} = \vec{0}$$

Donc le champ électrostatique $\vec{E}$ sera dirigé vers $-\vec{j}$;

$$\vec{E} = -2\frac{K\lambda}{r}\vec{j}$$

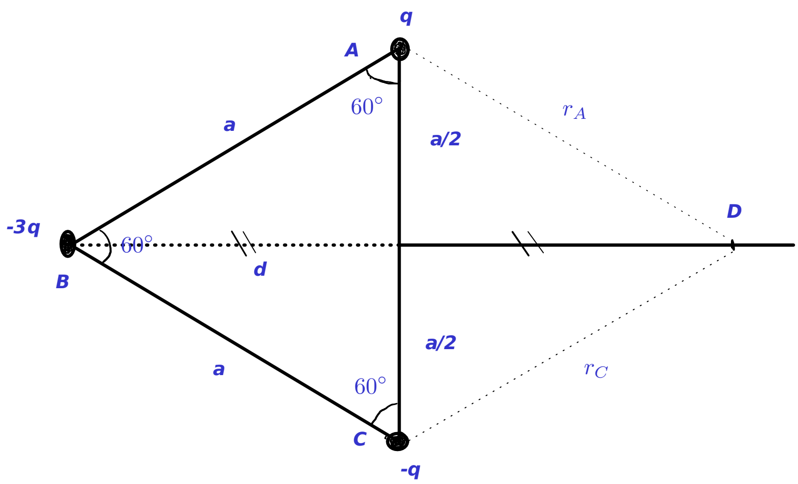
Exercice 5.

Les charges sont placées sur les sommets d'un triangle équilatéral de côté a et les angles de ce triangle sont de 60°. La charge q est supposée négative !

1. Le potentiel créé au point D sera

$$V_D = V_A + V_B + V_C$$

$$V_D = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_A}{r_A} + \frac{q_B}{r_B} + \frac{q_C}{r_c}\right)$$



Avec r_A,r_B et r_C les distances entre la charge au point A, la charge au point B et la charge au point c et le point D, respectivement.
Selon Pythagore

$$a^2 = d^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \Rightarrow d^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} \Rightarrow d^2 = \frac{3a^2}{4}$$

Et $r_B = 2d$, alors

$$r_B = \sqrt{3}a$$

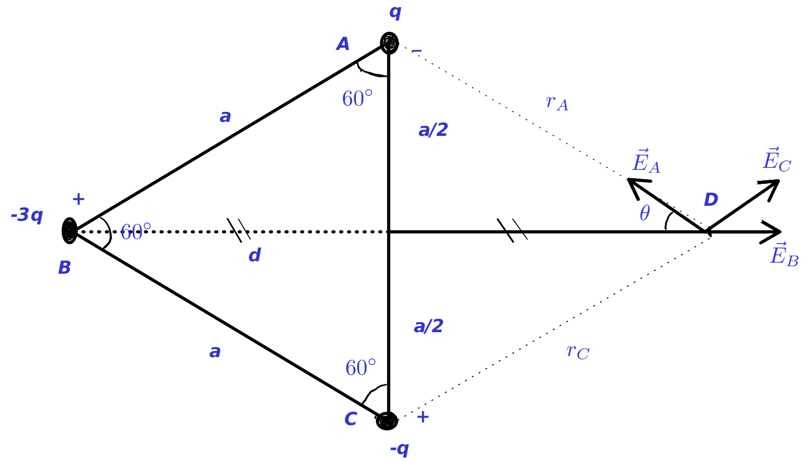
$$r_C = r_A = a$$

On obtient

$$V_D = -\frac{\sqrt{3}\ q}{4\pi\varepsilon_0 a}$$

Le potentiel est donc positif puisque $q < 0$.

2. Les composantes E_x et E_y du champ électrique au point D sont obtenues par la projection des champs électriques que chaque charge génére au point D.



$$\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C$$

L'orientation des vecteurs champs électriques dépendent du signes des charges impliquées. En prenant compte que $q < 0$, on constate que $\vec{E}_A$ est convergent, $\vec{E}_B$ et $\vec{E}_C$ quant à eux divergent. L'angle $\theta = 60°/2 = 30°$
Les normes des champs électriques sont

$$\begin{aligned} E_A &= K\frac{|q_A|}{a^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q|}{a^2} \\ E_B &= K\frac{|q_B|}{(\sqrt{3}a)^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q|}{a^2} \\ E_C &= K\frac{|q_C|}{a^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q|}{a^2} \end{aligned}$$

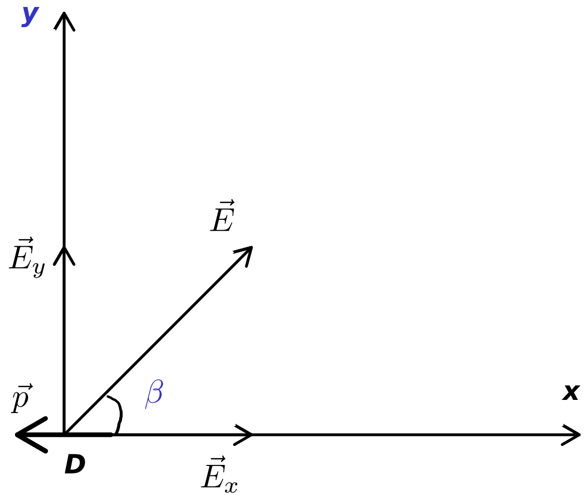
Rappel : La norme d'un vecteur est toujours positif !
On constate que $E_A = E_B = E_C$, il suffit à présent de projeter $\vec{E}_A$, $\vec{E}_B$ et $\vec{E}_C$ sur les axes x, y.

$$\begin{aligned} \vec{E}_x &= -E_A\cos\theta\ \vec{i} + E_B\ \vec{i} + E_C\cos\theta\ \vec{i} \\ \Rightarrow \vec{E}_x &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q|}{a^2}\ \vec{i} \\ \vec{E}_y &= E_A\sin\theta\ \vec{j} + E_C\sin\theta\ \vec{j} \\ \Rightarrow \vec{E}_y &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q|}{a^2}\ \vec{j} \end{aligned}$$

Donc

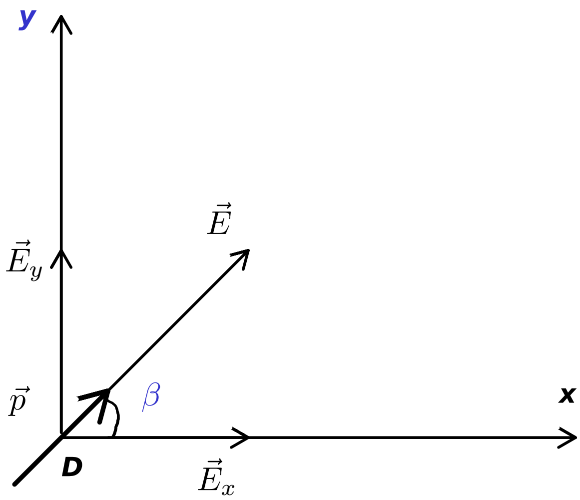
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q|}{a^2}\;\vec{i} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q|}{a^2}\;\vec{j}$$
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q|}{a^2}\left(\vec{i}+\vec{j}\right)$$

3. La représentation du moment dipolaire initiale ($\vec{p} = -10^{-10}\vec{i}$ C.m) et du champ électrique résultant des charges disposées sur les sommets du triangle est la suivante



Avec $\tan\beta = \frac{E_y}{E_x} = 1$ donc $\beta = 45°$.

* Le dipôle va pivoter et se placer dans sa position stable qui sera $(\vec{p}, \vec{E}) = 0°$



* Le calcul de la variation de l'énergie potentielle du dipôle lorsqu'il passe de la position initiale à la position finale qui est la position stable :

$$\Delta E_p = E_{pf} - E_{pi}$$

Sachant que l'énergie potentielle est égale à $E_p = -\vec{E}.\vec{p} = -E.p\cos(\vec{E}, \vec{p})$ (produit scalaire), alors l'énergie potentielle initiale est

$$E_{pi} = -E.p\cos(\pi - \beta) = -E.p\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 0,70 \times E.p$$

La position initiale est celle où $\vec{p} = -10^{-10}\vec{i}$ C.m, et donc l'angle entre les vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{p}$ sera $\pi - \beta$, avec $\beta = 45° = \pi/4$.
Et l'énergie potentielle quand le moment dipolaire va s'aligner au champ électrique est l'énergie potentielle finale qui est la position stable, donc l'angle entre les deux vecteurs sera $0°$, d'où ;

$$E_{pf} = -E.p\cos(0°) = -E.p$$

Donc

$$\Delta E_p = -1,70 \times E.p$$

On constate que le système a perdu de l'énergie, ce qui est correcte car le dipôle en s'alignant au champ électrique va avoir une énergie potentielle la plus basse, la plus stable.

Exercice 6.

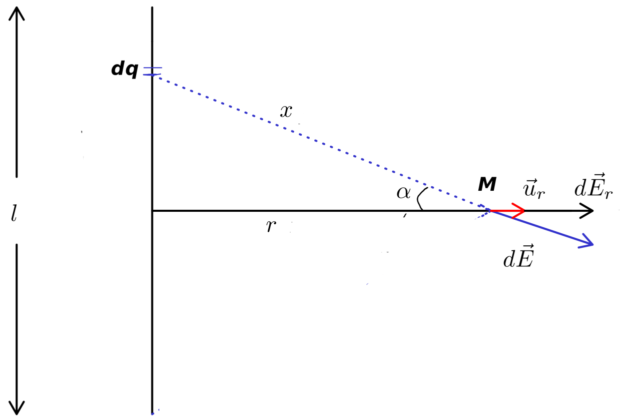
1. Le champ électrique crée par le fil chargé par une distribution linéaire en un point M situé à la distance r du fil, peut être obtenu en utilisant le théorème de Gauss, ou en utilisant la méthode présentée au chapitre 2.
   Un élément de charge dq génère un champ électrique au point M, sous la forme suivante :

$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 x^2} \ \vec{u}$$

Avec $\vec{u}$ un vecteur unitaire indiquant la direction et le sens de $d\vec{E}$. On peut donc écrire

$$d\vec{E}_r = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 x^2}\cos\alpha \ \vec{u}_r$$

Et suivant la direction des Z, le champ électrique s'annule comme vu dans l'exercice 1 du chapitre précédent.



La distribution continue de charges est linéïque ;

$$dq = \lambda dl$$

Et on peut, à partir du schéma, écrire que ;

$$x = \frac{r}{\cos\alpha} = \frac{l}{\sin\alpha}$$

$$\Rightarrow l = \frac{r\sin\alpha}{\cos\alpha} = r\tan\alpha$$

Sa dérivée sera

$$dl = \frac{r}{\cos^2\alpha}d\alpha$$

Donc si on remplace dl par sa valeur respective ;

$$d\vec{E}_r = \frac{\lambda r\cos^2\alpha}{4\pi\varepsilon_0 r^2\cos^2\alpha}\cos\alpha \ d\alpha \ \vec{u}_r$$

On obtient

$$d\vec{E}_r = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 r}\cos\alpha \ d\alpha \ \vec{u}_r$$

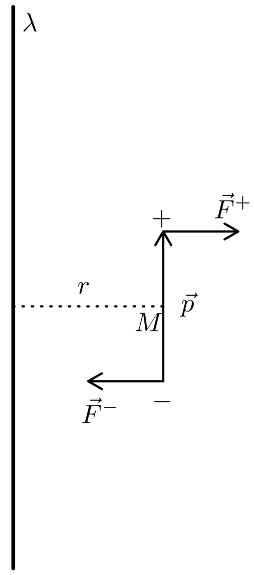
En procédant à l'intégration pour obtenir le champ électrique résultant ;

$$\int d\vec{E}_r = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 r}\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos\alpha \ \ d\alpha \ \ \vec{u}_r$$

On obtient

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi r\varepsilon_0}\vec{u}_r$$

2. On place un dipôle $\vec{p}$ de longueur a en M, parallèlement au fil.
   a. Les forces qui s'exercent sur le dipôle sont représentées sur la figure suivante :



   Le vecteur champ électrique étant en parallèle avec le vecteur $\vec{F}^+$, car le fil est chargé positivement.

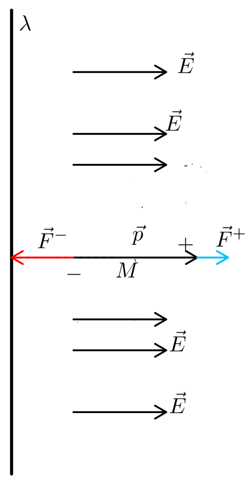
   b. Le moment du couple agissant sur le dipôle sera :

$$\vec{C} = \vec{p} \wedge \vec{E}$$

   L'angle entre $\vec{p}$ et $\vec{E}$ est $\pi/2$. Donc la norme du moment de couple sera

$$|\vec{C}| = p.E.\sin\pi/2 = p.E$$

   c. L'orientation finale du dipôle est illustrée sur la figure suivante :



On remarque qu'une fois le moment dipolaire aligné au champ électrique, les normes des forces $\vec{F}^{+}$ et $\vec{F}^{-}$ ne sont plus égales.

3. Le dipôle ayant l'orientation finale, on calcule ;

   a. la force résultante qui agit sur le dipôle :

$$\vec{F} = \vec{F}^{+} + \vec{F}^{-}$$

le pôle négatif du dipôle sera à une distance de $r - a/2$ et le pôle positif du dipôle sera à une distance $r + a/2$.

$$\vec{F} = q\vec{E}(r + a/2) - q\vec{E}(r - a/2)$$

avec

$$\vec{E}_r = \frac{\lambda}{2\pi r \varepsilon_0}\vec{u}_r$$

donc

$$\vec{E}(r + a/2) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0(r + a/2)}\vec{u}_r$$

et

$$\vec{E}(r - a/2) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0(r - a/2)}\vec{u}_r$$

$$\vec{F} = \frac{q\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r + a/2} - \frac{1}{r - a/2}\right)\vec{u}_r$$

$$\vec{F} = \frac{q\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{-a}{r^2 - a^2/4}\right)\vec{u}_r$$

   b. D'après le théorème de l'énergie cinétique, à savoir $\Delta E_c = W_f$, l'énergie cinétique s'obtiendra par l'intégration de

$$\Delta E_c = \int_{r}^{r/2} \vec{F} dr \vec{u}_r$$

On nous informe que a est très petite par rapport à r, donc on peut supposer que

$$\vec{F} = \frac{q\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{-a}{r^2 - a^2/4}\right)\vec{u}_r \approx \frac{q\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{-a}{r^2}\right)\vec{u}_r$$

$$\Delta E_c = \int_{r}^{r/2} -\frac{q\lambda a}{2\pi\varepsilon_0}\frac{dr}{r^2}$$

Et finalement l'énergie cinétique sera

$$\Delta E_c = \frac{q\lambda a}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

R.BENALLAL. ***mail to:*** *rafik.benallal@essa-tlemcen.dz*