Chapitre 5 – *Travail & Énergie*

Sidi M. Khefif

Département de Physique
EPST Tlemcen

16 décembre 2012

I. Travail

Définition :

Le travail élémentaire dW effectué par une force $\vec{F}$ sur une masse ponctuelle m pendant un déplacement élémentaire $d\vec{r}$ est défini par :

I. Travail

Définition :
Le travail élémentaire dW effectué par une force $\vec{F}$ sur une masse ponctuelle m pendant un déplacement élémentaire $d\vec{r}$ est défini par :

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = |\vec{F}||d\vec{r}| \cos(\widehat{\vec{F}, d\vec{r}})$$

I. Travail

Définition :
Le travail élémentaire dW effectué par une force $\vec{F}$ sur une masse ponctuelle m pendant un déplacement élémentaire $d\vec{r}$ est défini par :

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = |\vec{F}||\vec{dr}| \cos \widehat{(\vec{F}, d\vec{r})}$$

Son unité est le joule $\mathrm{J} \equiv [\,\mathrm{N\,m}]$

I. Travail

Définition :

Le travail élémentaire dW effectué par une force $\vec{F}$ sur une masse ponctuelle m pendant un déplacement élémentaire $d\vec{r}$ est défini par :

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = |\vec{F}||d\vec{r}| \cos\left(\widehat{\vec{F}, d\vec{r}}\right)$$

Son unité est le joule $\mathrm{J} \equiv [\,\mathrm{N\ m}]$

Le travail total W nécéssaire pour déplacer m le long d'un chemin $\mathcal{C}$ entre deux point A et B est :

$$W = \int_{\mathcal{C}} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

I.1. Propriétés du travail

- Le travail est une grandeur scalaire, positive, négative ou nulle.

I.1. Propriétés du travail

- Le travail est une grandeur scalaire, positive, négative ou nulle.
- Seule la composante de la force parallèle au déplacement intervient dans le calcul du travail.

I.1. Propriétés du travail

- Le travail est une grandeur scalaire, positive, négative ou nulle.
- Seule la composante de la force parallèle au déplacement intervient dans le calcul du travail.
- Le travail fourni par unité de temps est appelé *puissance* :

$$\frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Son unité est la watt $\mathrm{W} \equiv [\,\mathrm{J\ s^{-1}}]$

II. Énergie cinétique

II.1. Définition

Afin d'accélérer une masse ponctuelle et l'amener à une vitesse définie, on doit fournir du travail. Ce travail est alors emmagasiné dans cette masse ponctuelle sous la forme d'énergie cinétique.

II. Énergie cinétique

II.1. Définition

Afin d'accélérer une masse ponctuelle et l'amener à une vitesse définie, on doit fournir du travail. Ce travail est alors emmagasiné dans cette masse ponctuelle sous la forme d'énergie cinétique.

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int \vec{F} \cdot \vec{v} dt$$

II. Énergie cinétique

II.1. Définition

Afin d'accélérer une masse ponctuelle et l'amener à une vitesse définie, on doit fournir du travail. Ce travail est alors emmagasiné dans cette masse ponctuelle sous la forme d'énergie cinétique.

$$\begin{aligned} W &= \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int \vec{F} \cdot \vec{v} dt \\ &= \int m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} dt = \frac{1}{2} m \int d(\vec{v} \cdot \vec{v}) \end{aligned}$$

II. Énergie cinétique

II.1. Définition

Afin d'accélérer une masse ponctuelle et l'amener à une vitesse définie, on doit fournir du travail. Ce travail est alors emmagasiné dans cette masse ponctuelle sous la forme d'énergie cinétique.

$$\begin{aligned} W &= \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int \vec{F} \cdot \vec{v} dt \\ &= \int m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} dt = \frac{1}{2} m \int d(\vec{v} \cdot \vec{v}) \\ &= \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \equiv E_{C2} - E_{C1} \end{aligned}$$

avec $E_C = \frac{1}{2} m v^2$ est l'énergie cinétique.

II.2. Théorème de l'énergie cinétique

$$W = E_{C2} - E_{C1} \equiv \Delta E_c$$

La variation en énergie cinétique d'une masse ponctuelle pendant un temps quelconque est égale au travail fourni à cette masse pendant ce temps.

II.2. Théorème de l'énergie cinétique

$$W = E_{C2} - E_{C1} \equiv \Delta E_c$$

La variation en énergie cinétique d'une masse ponctuelle pendant un temps quelconque est égale au travail fourni à cette masse pendant ce temps.

II.3. Propriétés de l'énergie cinétique

- Le théorème précédent reste valable même si la force n'est pas constante.

II.2. Théorème de l'énergie cinétique

$$W = E_{C2} - E_{C1} \equiv \Delta E_c$$

La variation en énergie cinétique d'une masse ponctuelle pendant un temps quelconque est égale au travail fourni à cette masse pendant ce temps.

II.3. Propriétés de l'énergie cinétique

- Le théorème précédent reste valable même si la force n'est pas constante.
- $E_C = \frac{1}{2}mv^2$ mesure le travail nécessaire pour amener la masse m du repos à la vitesse v.

II.2. Théorème de l'énergie cinétique

$$W = E_{C2} - E_{C1} \equiv \Delta E_c$$

La variation en énergie cinétique d'une masse ponctuelle pendant un temps quelconque est égale au travail fourni à cette masse pendant ce temps.

II.3. Propriétés de l'énergie cinétique

- Le théorème précédent reste valable même si la force n'est pas constante.
- $E_C = \frac{1}{2}mv^2$ mesure le travail nécessaire pour amener la masse m du repos à la vitesse v.
- l'énergie cinétique est toujours ≥ 0.

II.2. Théorème de l'énergie cinétique

$$W = E_{C2} - E_{C1} \equiv \Delta E_c$$

La variation en énergie cinétique d'une masse ponctuelle pendant un temps quelconque est égale au travail fourni à cette masse pendant ce temps.

II.3. Propriétés de l'énergie cinétique

- Le théorème précédent reste valable même si la force n'est pas constante.
- $E_C = \frac{1}{2}mv^2$ mesure le travail nécessaire pour amener la masse m du repos à la vitesse v.
- l'énergie cinétique est toujours ≥ 0.
- l'énergie cinétique dépend du référentiel par rapport auquel elle est exprimée.

II.2. Théorème de l'énergie cinétique

$$W = E_{C2} - E_{C1} \equiv \Delta E_c$$

La variation en énergie cinétique d'une masse ponctuelle pendant un temps quelconque est égale au travail fourni à cette masse pendant ce temps.

II.3. Propriétés de l'énergie cinétique

- Le théorème précédent reste valable même si la force n'est pas constante.
- $E_C = \frac{1}{2}mv^2$ mesure le travail nécessaire pour amener la masse m du repos à la vitesse v.
- l'énergie cinétique est toujours ≥ 0.
- l'énergie cinétique dépend du référentiel par rapport auquel elle est exprimée.
- On définit, également, une énergie cinétique de rotation $Ec = \frac{1}{2}I\omega^2$, où I est le moment d'inertie et ω la vitesse angulaire.

III. L'énergie potentielle

En général, une énergie qui ne dépend que de la position du corps dans l'espace et ne dépend pas de son mouvement est appelée *énergie potentielle*.

III. L'énergie potentielle

En général, une énergie qui ne dépend que de la position du corps dans l'espace et ne dépend pas de son mouvement est appelée *énergie potentielle*.

III.1 Énergie potentielle gravitationnelle

L'énergie potentielle est une fonction des coordonnées de l'espace telle que la différence entre ses valeurs initiale et finale soit égal au travail fourni au corps pour le déplacer d'un point à un autre.

III. L'énergie potentielle

En général, une énergie qui ne dépend que de la position du corps dans l'espace et ne dépend pas de son mouvement est appelée *énergie potentielle*.

III.1 Énergie potentielle gravitationnelle

L'énergie potentielle est une fonction des coordonnées de l'espace telle que la différence entre ses valeurs initiale et finale soit égal au travail fourni au corps pour le déplacer d'un point à un autre.

$$W_{\mathrm{grav}} = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \vec{F} \cdot \vec{r} = mg(h_2 - h_1)$$

III. L'énergie potentielle

En général, une énergie qui ne dépend que de la position du corps dans l'espace et ne dépend pas de son mouvement est appelée *énergie potentielle*.

III.1 Énergie potentielle gravitationnelle

L'énergie potentielle est une fonction des coordonnées de l'espace telle que la différence entre ses valeurs initiale et finale soit égal au travail fourni au corps pour le déplacer d'un point à un autre.

$$\begin{aligned} W_{\text{grav}} &= \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \vec{F} \cdot \vec{r} = mg(h_2 - h_1) \\ &= mgh_2 - mgh_1 \end{aligned}$$

III. L'énergie potentielle

En général, une énergie qui ne dépend que de la position du corps dans l'espace et ne dépend pas de son mouvement est appelée *énergie potentielle*.

III.1 Énergie potentielle gravitationnelle

L'énergie potentielle est une fonction des coordonnées de l'espace telle que la différence entre ses valeurs initiale et finale soit égal au travail fourni au corps pour le déplacer d'un point à un autre.

$$\begin{aligned} W_{\mathrm{grav}} &= \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \vec{F} \cdot \vec{r} = mg(h_2 - h_1) \\ &= mgh_2 - mgh_1 \\ &= E_{P2} - E_{P1} \end{aligned}$$

avec $E_P = mgh$ est *l'énergie potentielle gravitationnelle*.

Propriétés de E_P

- Cette relation n'est valable que si g est constante.
  En réalité, pour la terre : $g(h) = g_0(\frac{R_t}{R_t + h})^2$.

Propriétés de E_P

- Cette relation n'est valable que si g est constante.
  En réalité, pour la terre : $g(h) = g_0(\frac{R_t}{R_t + h})^2$.
- E_p n'est définie qu'à une constante près, car celle-ci dépend de la hauteur h_0 du niveau de référence. Au sol, par exemple, $E_P(h = 0) = 0$.

III.2 Énergie potentielle élastique

Un ressort tendu constitue, comme une masse soulevée, une réserve d'énergie.

III.2 Énergie potentielle élastique

Un ressort tendu constitue, comme une masse soulevée, une réserve d'énergie.
La force de rappel d'un ressort est $F = -kx$. Le travail fourni, quand l'allongement du ressort passe de x_1 à x_2, est :

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F\,dx = \int_{x_1}^{x_2} k\,x\,dx$$

III.2 Énergie potentielle élastique

Un ressort tendu constitue, comme une masse soulevée, une réserve d'énergie.
La force de rappel d'un ressort est $F = -kx$. Le travail fourni, quand l'allongement du ressort passe de x_1 à x_2, est :

$$\begin{aligned} W &= \int_{x_1}^{x_2} F\,dx = \int_{x_1}^{x_2} k\,x\,dx \\ &= \frac{1}{2}k(x_2^2 - x_1^2) \end{aligned}$$

III.2 Énergie potentielle élastique

Un ressort tendu constitue, comme une masse soulevée, une réserve d'énergie.
La force de rappel d'un ressort est $F = -kx$. Le travail fourni, quand l'allongement du ressort passe de x_1 à x_2, est :

$$\begin{aligned} W &= \int_{x_1}^{x_2} F\,dx = \int_{x_1}^{x_2} k\,x\,dx \\ &= \frac{1}{2}k(x_2^2 - x_1^2) \end{aligned}$$

On définit alors l'énergie potentielle d'un ressort par $E_P = \frac{1}{2}kx^2$. Elle est égale au travail qu'il a fallu fournir pour amener le ressort de sa position de repos à son élongation finale x.

Remarque :
Le formalisme lagrangien ($\mathcal{L} = E_C - E_P$) et le formalisme hamiltonien (transformée de Legendre du lagrangien) utilisent les échanges entre énergie potentielle et énergie cinétique d'un système et permettent la description complète de tout système mécanique.
Voir le module Physique III, 2^{e} année prépa.

IV. Les Forces Conservatives

Lors de notre discussion sur l'énergie potentielle, nous avons parlé de la possibilité de *stoquer* ou *d'emmagasiner* l'énergie cinétique en la convertissant en énergie potentielle. Nous pensons qu'il est possible de pouvoir la *récupérer* ou la *restituer* plus tard.

IV. Les Forces Conservatives

Lors de notre discussion sur l'énergie potentielle, nous avons parlé de la possibilité de *stoquer* ou *d'emmagasiner* l'énergie cinétique en la convertissant en énergie potentielle. Nous pensons qu'il est possible de pouvoir la *récupérer* ou la *restituer* plus tard.

Example :

$$\begin{aligned} W_{\text{grav}} &= E_{C2} - E_{C1} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 > 0 \\ &= E_{P1} - E_{P2} = mgh_1 - mgh_2 > 0 \end{aligned}$$

IV. Les Forces Conservatives

Lors de notre discussion sur l'énergie potentielle, nous avons parlé de la possibilité de *stoquer* ou *d'emmagasiner* l'énergie cinétique en la convertissant en énergie potentielle. Nous pensons qu'il est possible de pouvoir la *récupérer* ou la *restituer* plus tard.

Example :

$$\begin{aligned} W_{\mathrm{grav}} &= E_{C2} - E_{C1} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 > 0 \\ &= E_{P1} - E_{P2} = mgh_1 - mgh_2 > 0 \end{aligned}$$

Autrement dit,

$$\Delta E_C = -\Delta E_P \qquad \text{d'où} \qquad E_{C1} + E_{P1} = E_{C2} + E_{P2}.$$

$E_T = E_C + E_P$ est *l'énergie mécanique totale* du sytème. Les positions (1) et (2) sont arbitraires, alors à n'importe quelle position :

IV. Les Forces Conservatives

Lors de notre discussion sur l'énergie potentielle, nous avons parlé de la possibilité de *stoquer* ou *d'emmagasiner* l'énergie cinétique en la convertissant en énergie potentielle. Nous pensons qu'il est possible de pouvoir la *récupérer* ou la *restituer* plus tard.

Example :

$$\begin{aligned} W_{\mathrm{grav}} &= E_{C2} - E_{C1} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 > 0 \\ &= E_{P1} - E_{P2} = mgh_1 - mgh_2 > 0 \end{aligned}$$

Autrement dit,

$$\Delta E_C = -\Delta E_P \qquad \text{d'où} \qquad E_{C1} + E_{P1} = E_{C2} + E_{P2}.$$

$E_T = E_C + E_P$ est *l'énergie mécanique totale* du sytème. Les positions (1) et (2) sont arbitraires, alors à n'importe quelle position :

$$E_T = E_C + E_P = C^{\mathrm{ste}}.$$

Remarque : Lois de conservation et symmétries

En 1918, E. Noether a démontré que les lois de conservation d'un système donné sont liées aux symétries sous-jacentes de ce même système. A. Einstein a qualifié ce 1er théorème de Noether de *monument de la pensée mathématique*.

Remarque : Lois de conservation et symmétries

En 1918, E. Noether a démontré que les lois de conservation d'un système donné sont liées aux symétries sous-jacentes de ce même système. A. Einstein a qualifié ce 1er théorème de Noether de *monument de la pensée mathématique*.

- Conservation de l'énergie $\Leftrightarrow$ Invariance par translation dans le temps (ce cours).

Remarque : Lois de conservation et symmétries

En 1918, E. Noether a démontré que les lois de conservation d'un système donné sont liées aux symétries sous-jacentes de ce même système. A. Einstein a qualifié ce 1er théorème de Noether de *monument de la pensée mathématique*.

- Conservation de l'énergie $\Leftrightarrow$ Invariance par translation dans le temps (ce cours).
- Conservation du moment cinétique $\Leftrightarrow$ Invariance par rotation dans l'espace (cours précédent).

Remarque : Lois de conservation et symmétries

En 1918, E. Noether a démontré que les lois de conservation d'un système donné sont liées aux symétries sous-jacentes de ce même système. A. Einstein a qualifié ce 1er théorème de Noether de *monument de la pensée mathématique*.

- Conservation de l'énergie $\Leftrightarrow$ Invariance par translation dans le temps (ce cours).
- Conservation du moment cinétique $\Leftrightarrow$ Invariance par rotation dans l'espace (cours précédent).
- Conservation de la quantité de mouvement $\Leftrightarrow$ Invariance par translation dans l'espace. (cours à venir)

Quand il y a possibilité de convertir E_C en E_P, et *vice versa*, on peut définir une fonction énergie potentielle telle que l'énergie mécanique totale est une constante durant le mouvement. Une force qui nous donne cette possibilité d'une conversion d'énergie à deux sens est dîte *force conservative*.

Quand il y a possibilité de convertir E_C en E_P, et *vice versa*, on peut définir une fonction énergie potentielle telle que l'énergie mécanique totale est une constante durant le mouvement. Une force qui nous donne cette possibilité d'une conversion d'énergie à deux sens est dîte *force conservative*.

Définition :

Une force est dite conservative si elle dérive d'un potentiel :

Quand il y a possibilité de convertir E_C en E_P, et *vice versa*, on peut définir une fonction énergie potentielle telle que l'énergie mécanique totale est une constante durant le mouvement. Une force qui nous donne cette possibilité d'une conversion d'énergie à deux sens est dîte *force conservative*.

Définition :

Une force est dite conservative si elle dérive d'un potentiel :

$$\begin{aligned}\vec{F} &= -\vec{\nabla} V(r) = -\vec{\nabla} V(x, y, z) \\ &= -(\frac{\partial V}{\partial x}\hat{\imath} + \frac{\partial V}{\partial y}\hat{\jmath} + \frac{\partial V}{\partial z}\hat{k})\end{aligned}$$

où ∇ est l'opérateur *nabla*.

Quand il y a possibilité de convertir E_C en E_P, et *vice versa*, on peut définir une fonction énergie potentielle telle que l'énergie mécanique totale est une constante durant le mouvement. Une force qui nous donne cette possibilité d'une conversion d'énergie à deux sens est dîte *force conservative*.

Définition :

Une force est dite conservative si elle dérive d'un potentiel :

$$\vec{F} = -\vec{\nabla} V(r) = -\vec{\nabla} V(x, y, z)$$
$$= -(\frac{\partial V}{\partial x}\hat{\imath} + \frac{\partial V}{\partial y}\hat{\jmath} + \frac{\partial V}{\partial z}\hat{k})$$

où ∇ est l'opérateur *nabla*.

La grandeur scalaire $V(\vec{r}) = V(x, y, z)$ est appelée énergie potentielle.

Théorème :

On démontre que pour un champ scalaire Φ : $d\Phi = \vec{\nabla}\Phi \cdot d\vec{r}$.

Théorème :
On démontre que pour un champ scalaire Φ : $d\Phi = \vec{\nabla}\Phi \cdot d\vec{r}$.

Le travail de la force conservative s'écrit :

$$W = \int_{P1}^{P2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = -\int_{P1}^{P2} \vec{\nabla} V \cdot d\vec{r} = -\int_{P1}^{P2} dV$$

Théorème :

On démontre que pour un champ scalaire Φ : $d\Phi = \vec{\nabla}\Phi \cdot d\vec{r}$.

Le travail de la force conservative s'écrit :

$$\begin{aligned} W &= \int_{P1}^{P2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = -\int_{P1}^{P2} \vec{\nabla} V \cdot d\vec{r} = -\int_{P1}^{P2} dV \\ &= V_1 - V_2 = -(V_2 - V_1) \end{aligned}$$

où V est un champ scalaire.

Théorème :

On démontre que pour un champ scalaire Φ : $d\Phi = \vec{\nabla}\Phi \cdot d\vec{r}$.

Le travail de la force conservative s'écrit :

$$\begin{aligned} W &= \int_{P1}^{P2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = -\int_{P1}^{P2} \vec{\nabla} V \cdot d\vec{r} = -\int_{P1}^{P2} dV \\ &= V_1 - V_2 = -(V_2 - V_1) \end{aligned}$$

où V est un champ scalaire.

On voit bien que le travail de la forcce $\vec{F}$ ne dépend pas du chemin suivi.

Théorème :
On démontre que pour un champ scalaire Φ : $d\Phi = \vec{\nabla}\Phi \cdot d\vec{r}$.

Le travail de la force conservative s'écrit :

$$W = \int_{P1}^{P2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = -\int_{P1}^{P2} \vec{\nabla} V \cdot d\vec{r} = -\int_{P1}^{P2} dV$$
$$= V_1 - V_2 = -(V_2 - V_1)$$

où V est un champ scalaire.

On voit bien que le travail de la forcce $\vec{F}$ ne dépend pas du chemin suivi. Alors, pour un chemin fermé :

$$W = \oint_{\mathcal{C}} \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0.$$

Théorème :
On démontre que pour un champ scalaire Φ : $d\Phi = \vec{\nabla}\Phi \cdot d\vec{r}$.

Le travail de la force conservative s'écrit :

$$W = \int_{P1}^{P2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = -\int_{P1}^{P2} \vec{\nabla} V \cdot d\vec{r} = -\int_{P1}^{P2} dV$$
$$= V_1 - V_2 = -(V_2 - V_1)$$

où V est un champ scalaire.

On voit bien que le travail de la forcce $\vec{F}$ ne dépend pas du chemin suivi. Alors, pour un chemin fermé :

$$W = \oint_{\mathcal{C}} \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0.$$

Exemple : *La gravitation est une force conservative !*

V. Travail des forces de frottement

Les forces de frottement font dissiper (perdre) de l'énergie mécanique, elles ne sont donc pas conservatives, on dit qu'elles sont *dissipatives*.

V. Travail des forces de frottement

Les forces de frottement font dissiper (perdre) de l'énergie mécanique, elles ne sont donc pas conservatives, on dit qu'elles sont *dissipatives*.

Le travail qu'elles effectuent dépend du chemin parcouru ; ce dernier est généralement dissipé sous forme de chaleur.