Série de TD 4

Exercice 1 : Relation de Louis de Broglie

1. Calculer les longueurs d'onde associées à chacun des systèmes matériels suivants :

- ✓ Un véhicule de masse 10 tonnes roulant à une vitesse de 100 km/h.
- ✓ Une balle de fusil de masse 10 g et dont la vitesse est de 750 m/s.
- ✓ Un proton d'énergie cinétique égale à 54 eV.
- ✓ Des électrons accélérés par une d.d.p de 5V.

2. Les propriétés ondulatoires de la matière se manifestent-elles dans chacun des cas ci-dessus ? Conclure.

On donne : $e = 1{,}602\times10^{-19}$ C ; $m_e = 9{,}1\times10^{-31}$ kg ; $h = 6{,}62\times10^{-34}$ J. s.

Exercice 2 : Principe d'incertitude d'Heisenberg

1. Si l'on suppose que le rayon de l'orbite de Bohr a_0 = 0,529 A° est connu à 1% près, calculer l'incertitude sur la vitesse de l'électron (Δv) ?

2. Si l'on suppose que la position d'une bille de masse 1 g est connue au mm près, quelle est l'incertitude sur sa vitesse ?

3. Comparer les résultats des deux questions précédentes et conclure.

4. Connaissant la valeur de la longueur d'onde associée à un électron qui est de 6,61Å, calculer la vitesse de cette particule.

   On suppose que cette vitesse est mesurée avec une incertitude relative de 1/100, déterminer alors l'erreur sur sa position. Discuter le résultat obtenu.

Exercice 3 : Équation de Schrödinger

Soit l'atome d'hydrogène (Z=1) dans l'état fondamental 1s, défini par la fonction :

$$\Psi_{100} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2} e^{-\frac{r}{a_0}}$$

1. Vérifier que cette fonction d'état est bien normalisée.
2. Définir et donner l'expression de la densité de probabilité radiale D(r).
   À quelle distance du noyau la densité de probabilité radiale est-elle maximale ?
   Comparer ce résultat à celui déduit du modèle planétaire de Bohr.
3. Calculer la probabilité de présence de l'électron à l'intérieur d'une sphère de rayon $r = 0{,}2a_0$ et au-delà de cette sphère.
4. Peut-on représenter la fonction d'état totale $\Psi_{100}(r,\theta,\varphi)$ dans l'espace ? Pourquoi ? Représenter alors les parties radiale R_{10}, et angulaire $Y_{00}(\theta,\varphi)$ séparément. Conclure.

On donne : $R_{10}=2\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} e^{-\frac{Zr}{a_0}}$; $Y_{00}(\theta,\varphi)=\frac{1}{\sqrt{4\pi}}$; $\int_0^{\infty} x^n e^{-\alpha x}\,dx = \frac{n!}{\alpha^{n+1}}$